MECÂNICA GERAL - 2/2009

LISTA 14

1. Uma mola, de massa desprezível e contante elástica k_1, é suspensa do teto, com uma massa m_1 presa a sua extremidade mais baixa. Uma segunda mola, de massa desprezível e constante elástica k_2, é suspensa a m_1 e uma segunda massa m_2 presa a extremidade mais baixa da segunda mola. Supondo que as massas só possam se mover na direção vertical, e usando coordenadas y_1 e y_2 medidas a partir das posições de equilíbrio das massas, mostre que as equações de movimento podem ser escritas na forma matricial $\mathbf{M}\ \ddot{\mathbf{y}} =$ - $\mathbf{K}\ \mathbf{y}$, onde $\mathbf{y}$ é a matriz coluna 2x1 formada por y_1 e y_2. Encontre a forma explícita das matrizes 2x2 $\mathbf{M}$ e $\mathbf{K}$.

2. (a) Determine as frequências normais ω_1 e ω_2 para um sistema com 2 carrinhos semelhante ao discutido em aula, mas sem a mola de constante elástica k_3 - o carrinho da direita está preso apenas a uma mola à sua esquerda, de constante elástica k_2.
(b) Encontre e descreva os modos normais associados as frequências acima.

3. (a) Escreva as equações de movimento para o sistema de dois carrinhos de mesma massa e tres molas identicas discutido em aula. Mostre que a mudança de variáveis para as coordenadas normais $\xi_1 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$ e $\xi_2 = \frac{1}{2}(x_1 - x_2)$ produz equações desacopladas para ξ_1 e ξ_2.
(b) Resolva estas equações , encontrando ξ_1 e ξ_2; com estas soluções , escreva a solução geral para x_1 e x_2. (Note como este procedimento é simples, uma vez adivinhadas quem são as coordenadas normais. Para um sistema simples como este, é às vezes possível adivinhar a forma de ξ_1 e ξ_2 por considerações de simetria, especialmente depois de ter adquirido alguma experiência trabalhando com modos normais.)

4. Considere dois pendulos simples idênticos, cada um com comprimento L e massa m, ligados por uma mola de massa desprezível de constante elástica k. Especifique as posições dos pêndulos pelos ângulos ϕ_1 e ϕ_2 que fazem com a vertical. O tamanho da mola quando relaxada é igual à distância entre os dois suportes, de modo que a posição de equilíbrio é $\phi_1 = \phi_2 = 0$ com os dois pêndulos na vertical.
(a) Escreva a lagrangiana do sistema na aproximação de pequenos ângulos. Isto significa que a extensão da mola pode ser bem aproximada por $L(\phi_2 - \phi_1)$. Encontre as equações de Lagrange.
(b) Encontre e descreva os modos normais para estes pêndulos acoplados.

5. Um pêndulo simples, de massa M e comprimento L, é suspenso de um carrinho de massa m que oscila preso à extremidade de uma mola de constante elástica k. Chame de ϕ o ângulo que o pêndulo faz com a vertical.
(a) Supondo que este ângulo seja sempre pequeno, escreva a lagrangiana do sistema e obtenha as equações de Lagrange.
(b) Suponha que $m = M = L = g = 1$ e que $k = 2$ (todos em unidades apropriadas) e encontre as frequências normais do sistema; para cada uma, encontre o modo normal a ela associado e descreva seu movimento.